**Добрый день, 25 группа!**

Продолжаем общаться дистанционно. Обязательно напишите конспект, выполните задания урока, домашнюю работу.

Я всегда с Вами на связи! Звоните! Пишите!

Жду Ваших ответов на адрес электронной почты [nastenkapo2017@mail. ru](mailto:nastenkapo2017@mail.ru)

С уважением, Анастасия Владимировна

**ТЕМА УРОКА: «РАВНОСИЛЬНОСТЬ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ»**

***Давайте вспомним!***

1. Что такое уравнение? Как решить уравнение?
2. Что такое корень уравнения?
3. Что такое система уравнений? Что значит решить систему?
4. Что такое неравенство? Что значит решить неравенство?

Два уравнения с одной переменной f(х) = g(х) и р(х) = h(х) называют равносильными, если множества их корней совпадают.

Иными словами, два уравнения называют равносильными, если они имеют одинаковые корни или если оба уравнения не имеют корней.

1) Уравнения https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3798/20190430122827/OEBPS/objects/c_matan_10_19_1/793d2809-aaba-4a77-8c80-d884a8bc7916.pngравносильны, т.к. каждое из них имеет только один корень х=3.

2) Уравнения https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3798/20190430122827/OEBPS/objects/c_matan_10_19_1/14284515-0d49-4158-a0e8-4140e944fb4f.pngтакже равносильны, т.к. у них одни и те же корни https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3798/20190430122827/OEBPS/objects/c_matan_10_19_1/054bd9ed-e3be-4270-8e64-e3a90f522810.png.

3) А вот уравнения https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3798/20190430122827/OEBPS/objects/c_matan_10_19_1/0e3d34a1-71aa-4b02-b362-59c97d39880d.pngне равносильны, потому что у первого уравнения корень х=2, а у второго уравнения два корня х=2 и х=-2.

Из определения равносильности следует, что два уравнения равносильны, если каждый корень первого уравнения является корнем второго уравнения, и наоборот.

Решение уравнения осуществляется в три этапа.

Первый этап — технический. На этом этапе осуществляют преобразования по схеме (1) → (2) → (3) → (4) → ... и находят корни последнего (самого простого) уравнения указанной цепочки.

Второй этап — анализ решения. На этом этапе, анализируя проведенные преобразования, отвечают на вопрос, все ли они были равносильными.

Третий этап — проверка. Если анализ, проведенный на втором этапе, показывает, что некоторые преобразования могли привести к уравнению-следствию, то обязательна проверка всех найденных корней их подстановкой в исходное уравнение.

Реализация этого плана связана с поисками ответов на четыре вопроса.

* Как узнать, является ли переход от одного уравнения к другому равносильным преобразованием?
* Какие преобразования могут перевести данное уравнение в уравнение-следствие?
* Если мы в конечном итоге решили уравнение-следствие, то как сделать проверку в случае, когда она сопряжена со значительными вычислительными трудностями?
* В каких случаях при переходе от одного уравнения к другому может произойти потеря корней и как этого не допустить?

Мы знаем, что можно сделать следующие преобразования уравнений:

- любой член уравнения можно перенести из одной части в другую, изменив его знак на противоположный;

- обе части уравнения можно умножить или разделить на одной и то же число, не равное нулю.

Если при переходе от одного уравнения к другому потери корней не происходит, то второе уравнение называет следствием первого уравнения. Иначе, если все корни первого уравнения являются корнями второго уравнения, то второе уравнения называется следствием первого уравнения.

Из этого определения и определения равносильности уравнений следует, что:

1. если два уравнения равносильны, то каждое из них является следствием другого;
2. если каждое из двух уравнений является следствием другого, то эти уравнения равносильны.

При решении уравнений главное- не потерять корни, а наличие посторонних корней можно установить проверкой. Поэтому важно следить за тем, чтобы при преобразовании уравнения каждое следующее уравнение было следствием предыдущего.

Стоит отметить, что посторонние корни могут получиться при умножении обеих частей уравнения на выражение, содержащее неизвестное; а вот потеря корней может произойти при делении обеих частей уравнения на выражение, содержащее неизвестное.

Напомню, что областью определения уравнения *f(х) = g(х)* или областью допустимых значений переменной (ОДЗ) называют множество тех значений переменной х, при которых одновременно имеют смысл выражения

Итак, сформулируем основные теоремы, которые используются при решении равносильных уравнений:

Теорема 1. Если какой-либо член уравнения перенести из одной части уравнения в другую с противоположным знаком, то получится уравнение, равносильное данному.

Теорема 2. Если обе части уравнения возвести в одну и туже нечетную степень, то получится уравнение, равносильное данному.

Теорема 3. Показательное уравнение https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3798/20190430122827/OEBPS/objects/c_matan_10_19_1/8190d458-d9ea-4f2c-af16-3297181aa554.png(где а > 0, a≠1)

равносильно уравнению f(x) = g(х).

Теорема 4. Если обе части уравнения f(x) = g(х) умножить на одно и то же выражение h(х), которое:

а) имеет смысл всюду в области определения (в области допустимых значений) уравнения f(x) = g(х)

б) нигде в этой области не обращается в 0, то получится уравнение f(x)h(x) = g(x)h(x), равносильное данному в его ОДЗ.

Следствием теоремы 4: если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же отличное от нуля число, то получится уравнение, равносильное данному.

*f (x) = g(x) ⇔h(x)f(x) = h(x)g(x),* где *h(x) ≠0* и *h(x)* имеет смысл в ОДЗ данного уравнения.

Теорема 5. Если обе части уравнения f(x)=g(х) неотрицательны в ОДЗ уравнения, то после возведения обеих его частей в одну и ту же четную степень n получится уравнение https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3798/20190430122827/OEBPS/objects/c_matan_10_19_1/dd57a363-ba50-4609-9cdf-1518659540ed.pngравносильное данному в его ОДЗ.

*f(x) = g(x) ⇔ https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3798/20190430122827/OEBPS/objects/c_matan_10_19_1/527a9d30-0513-4587-8c48-844299e7cd20.png,* где *f(x)≥0, g(x)≥0 и n=2k* (чётное число).

Например**,**

х – 1 = 3

х = 4

Умножим обе части на (х – 2):

(х – 2) (х – 1) = 3(х – 2)

х = 4 и х = 2 – посторонний корень⇒ **проверка!**

Равносильность неравенств с неизвестным определяется аналогично.

Неравенства, имеющие одно и то же множество решений, называют равносильными. Неравенства, не имеющие решений, также являются равносильными.

***Пример 1.***

Решим уравнение: https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3798/20190430122827/OEBPS/objects/c_matan_10_19_1/6f0a6c37-706a-4d30-ae3f-9e24a3948070.png

Возведем в квадрат обе части уравнения, получим:

https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3798/20190430122827/OEBPS/objects/c_matan_10_19_1/c42a212c-2b5b-4cfb-aee1-1e5d2f44f6a5.png, которое не будет равносильно исходному уравнению, потому что у этого уравнения два корня https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3798/20190430122827/OEBPS/objects/c_matan_10_19_1/420d78a8-7918-45e8-ba91-64186bc74449.png, а у первоначального уравнения только один корень х=4.

***Пример 2.***

1. Неравенства https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3798/20190430122827/OEBPS/objects/c_matan_10_19_1/694cc011-58cf-4f06-8d10-fb21613c4553.pngи x-3<0 равносильны, так как имеют одно и то же множество решений x<3.
2. Неравенства https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3798/20190430122827/OEBPS/objects/c_matan_10_19_1/967d5ba4-aa4b-4381-aa88-b8710b143018.pngи 2x>x-1 не равносильны, так как решениями первого являются числа x<-1 и x>1, а решениями второго- числа x>-1. При решении неравенств обычно данное неравенство преобразуется в ему равносильное.

***Пример 3.***

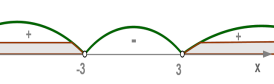
Докажем, что неравенство *x*2>9 является следствием неравенства 2*x*>6.

В самом деле, решив каждое неравенство, получим:

*x*2−9>0;

(*x*−3) ⋅ (*x*+3)>0;

*x*∈ (−∞; −3) ∪ (3; +∞)



2*x*>6;

*x*>3

*x*∈ (3;+∞)

interv6.png

Решение второго неравенства является частью решения первого, поэтому первое неравенство — следствие второго неравенства.

***Домашнее задание!***

Докажите, что следующие уравнения являются равносильными:

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/157479/931686e0_fac0_0131_9f9b_12313c0dade2.png

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/157480/9486e5a0_fac0_0131_9f9c_12313c0dade2.png

**ТЕМА УРОКА: «РАВНОСИЛЬНОСТЬ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ»**

***Давайте вспомним!***

1. Что значит решить систему уравнений?
2. Что называется решением системы уравнений?
3. Какие системы называются равносильными?
4. Какие виды систем уравнений вам известны?

Не смотря на тему сегодняшнего урока «Равносильность систем», по сути ничего нового мы сегодня не рассмотрим. Мы будем применять те же методы решения, что и раньше (метод подстановка, линейного преобразования), только уравнения, входящие в системы, усложняются различными функциями.

В чем состоит идея решения систем?

Давайте порешаем

***Пример 1.***

hello_html_58e8a46c.gif

 Обозначим

hello_html_m25e9bcba.gif

Система однородных уравнений

hello_html_m7b5a9d52.gif2hello_html_m5c15e60b.gif.

Однородное уравнение, а=0, у=0 является решением уравнения, но не является решением системы.

Аhello_html_39789319.gif

2+5hello_html_78031a2a.gif

Система уравнений равносильна совокупности систем, а именно.

hello_html_m7105bb18.gif hello_html_584d7995.gif hello_html_69ba8784.gifhello_html_m107cc08d.gif hello_html_67a3b972.gif hello_html_m1a5ae92b.gifhello_html_m3d48e8f0.gif

Обратная замена

hello_html_58df2e7d.gif hello_html_mba06574.gifhello_html_5e47cba1.gif

Ответ: (1;4).

***Пример 2.***

hello_html_ma7355da.gif . hello_html_d77e3a2.gif

Используем метод введения новой переменной

hello_html_63cc6353.gif

тогда первое уравнение имеет вид:

hello_html_m5b7d1cc4.gif hello_html_ae07b6f.gif

hello_html_503bcfe4.gif hello_html_23f8180d.gif hello_html_m69daf1e1.gifhello_html_m41e91aaf.gifhello_html_2887b35a.gifhello_html_42e8610f.gif.

Решения системы уравнений удовлетворяют области определения системы.

Ответ: (2hello_html_m3019b266.gif; (-2hello_html_116b7b4e.gif; (-2hello_html_m6227b464.gif; (2hello_html_m6fc04cd5.gif.

***Пример 3.***

hello_html_13b009ad.gif

Введем новую переменную

hello_html_m751d5026.gif

тогда hello_html_75685a34.gif

=> hello_html_m1fe7ceeb.gif hello_html_m3fa45156.gifhello_html_3723f936.gif

hello_html_m5c87a1d7.gif hello_html_m1ca21ac4.gifhello_html_m6409c083.gifhello_html_m47c302aa.gifhello_html_m629da22f.gifhello_html_m2ff2d0d4.gifhello_html_f056b6c.gifhello_html_74d6f53.gifhello_html_m5e2335e7.gif

Проверка полученных решений.

Ответ: (-1;-2); (1;2); (-2;-1); (2;1); (hello_html_3f10db7a.gif

***Пример 4.***

hello_html_m78f0602a.gif

Введем новую переменную hello_html_m439a23bb.gif hello_html_6b51231.gif

hello_html_714e8213.gif hello_html_mb32edb9.gif hello_html_12419611.gif hello_html_m1e74e018.gif

Обратная замена

hello_html_m4b7fcee9.gif hello_html_5d50c702.gifhello_html_4d600074.gifhello_html_m1ee230a1.gif

Ответ: (-27; -216); (216;27)

***Пример 5.***

hello_html_m2a4e70ac.gif О.Д.З. hello_html_m2f737b26.gif

Применим метод введения новых переменных:

hello_html_5cf2d80f.gif hello_html_m3fdc6692.gif

hello_html_m10c13ec8.gif hello_html_m755c42e2.gif hello_html_5165a03c.gifhello_html_66969422.gif => hello_html_67c86fa6.gif

Решения удовлетворяют ОДЗ.

Ответ: (hello_html_m499d90f1.gif)